
MATHEMATICAL MODELING IN ECOLOGY



V. N. Poltoratskaya  Cand. Sci. (Tech.)

UDK 502.3:504.5

*State Higher Education Establishment
"Pridneprovskaya State Academy
of Civil Engineering and Architecture",
Chernyshevsky Str., 24-a, 49005,
Dnepropetrovsk, Ukraine*

MATHEMATICAL MODEL TO ASSESS THE ACTUAL ENVIRONMENTAL RISK FROM THE POINT SOURCE EMISSIONS

Abstract. A mathematical model for point source emissions, which allows to determine the ecological risk, improve the ecological situation in the region with the ability to manage risk.

Environmental risk is defined as the probability of exceeding a multidimensional integral field concentrations of pollutants its Maximum Admissible Concentration (with a small number of measurements) or frequency exceeding the given measured concentrations of pollutants its Maximum Admissible Concentration (with a large number of measurements). Components of air pollution regions, cities, enterprises are individual emission sources, so primarily developing assessment and environmental risk analysis should be performed for individual sources and, above all, to prevent significant risks – for the prognostic assessment of newly constructed or reconstructed enterprises, and for existing facilities – from the measurement data.

For a single point source mathematical model includes:

- raw data (results undertorch measurement characteristics of pollutants, sanitary protection and residential areas, the design parameters of the source and characteristics of the external environment for the worst-case);
- forecast concentrations of pollutants depending on the design parameters of the source and characteristics of an environment for a source with circular and rectangular mouth, hot and cold emissions, extremely dangerous low wind speeds;
- depending on the definition of the amendments to the measured concentrations due to the difference of the worst conditions from measurements;
- depending on the definition given to the worst conditions of the measured concentrations and their statistical processing in order to obtain:
 - a) the numerical characteristics of the density distribution of the concentration of pollutants emitted (mathematical expectations, standard deviations and correlation coefficients);
 - b) environmental risk α , defined at a relatively small number of trials as a multidimensional probability integral of the density distribution of the concentrations obtained with the numerical characteristics, and a large number of tests - the frequency of the measured concentrations exceeding;

 Tel.: +38056-713-46-57. E-mail: keko@mail.pgasa.dp.ua

DOI: 10.15421/031424

- c) environmental risks from air pollution α_j separate pollutants;
- d) depending on the definition of the numerical characteristics of the forecast distribution density is not measured (secondary) concentrations of pollutants emitted to address their risks when determining α and α_j .

It is shown that, in accordance with applicable regulatory requirements must consider the risk of the negative impact of air pollution to humans, the level of which is determined using the values of the maximum one-time maximum allowable concentrations pollutants.

Defined by experienced stochastic patterns of distribution of contaminants in the atmosphere. Studied the random variation of concentrations. Theoretically and experimentally substantiated principles of developing a mathematical model to assess the actual risk from ecological point sources of emissions.

Keywords: *environmental risk, a single source, the source of pollutants, mathematical model, the measured concentrations.*

УДК 502.3:504.5

В. М. Полторацька канд. техн. наук

*ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»,
вул. Чернишевського, 24-а, 49005, м. Дніпропетровськ, Україна,
тел.: +38056-713-46-57, e-mail: keko@mail.pgasa.dp.ua*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ФАКТИЧНОГО ЕКОЛОГІЧНОГО РИЗИКУ ВІД ТОЧКОВОГО ДЖЕРЕЛА ВИКИДІВ

Представлено математичну модель для точкового джерела викидів, що дозволяє визначити екологічний ризик, поліпшити екологічну ситуацію регіонів завдяки можливості управління ризиком.

Екологічний ризик визначається як багатовимірний інтеграл ймовірності перевищення полем концентрацій забруднюючих речовин своїх ГДК_{мр} (при малому числі вимірів) або по частоті перевищення наведеними обмірюваними концентраціями забруднюючих речовин своїх ГДК_{мр} (при великому числі вимірювань).

Показано, що відповідно до діючих нормативних вимог необхідно розглядати ризик появи негативного впливу забруднення атмосферного повітря для людини, рівень якого визначається з використанням значень максимально разових гранично допустимих концентрацій (ГДК_{мр}) забруднюючих речовин.

Визначено досвідчені стохастичні закономірності поширення забруднень в атмосфері. Вивчено випадкові зміни концентрацій. Теоретично і експериментально обґрунтовано принципи розробки математичної моделі оцінки фактичного екологічного ризику від точкових джерел викидів.

Ключові слова: *екологічний ризик, одиночне джерело, джерело забруднюючих речовин, математична модель, виміряні концентрації.*

УДК 502.3:504.5

В. Н. Полторацкая канд. техн. наук

*ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства
и архитектуры»,
ул. Чернышевского, 24-а, 49005, г. Днепропетровск, Украина,
тел.: +38056-713-46-57, e-mail: keko@mail.pgasa.dp.ua*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ФАКТИЧЕСКОГО ЭКОЛОГИЧЕСКОГО РИСКА ДЛЯ ОДИНОЧНОГО ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

Представлена математическая модель для точечного источника выбросов, позволяющая определить экологический риск, улучшить экологическую ситуацию регионов благодаря возможности управления риском.

Экологический риск определяется как многомерный интеграл вероятности превышения полем концентраций загрязняющих веществ своих ПДК_{мр} (при малом числе измерений) или

по частоте превышения приведенными измеренными концентрациями загрязняющих веществ своих ПДК_{мр} (при большом числе измерений).

Показано, что в соответствии с действующими нормативными требованиями необходимо рассматривать риск появления негативного влияния загрязнения атмосферного воздуха для человека, уровень которого определяется с использованием значений максимально разовых предельно допустимых концентраций (ПДК_{мр}) загрязняющих веществ.

Определены опытные стохастические закономерности распространения загрязнений в атмосфере. Изучены случайные изменения концентраций. Теоретически и экспериментально обоснованы принципы разработки математической модели оценки фактического экологического риска от точечных источников выбросов.

Ключевые слова: экологический риск, одиночный источник, загрязняющих веществ, математическая модель, измеренные концентрации.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросам оценки риска посвящено большое число работ. В полном объеме рискованные ситуации не всегда определяются и подвергаются изучению. Эта неопределенность имеет особое значение для промышленных предприятий, которым жизненно необходимо знать проблемы, с которыми им приходится иметь дело, и уметь справляться с ними. Если давно стало известно, что любое производство связано с вероятностью нанесения ущерба окружающей среде и здоровью человека, то экологические риски только начинают превращаться в объект пристального изучения.

Составляющими загрязнения атмосферного воздуха регионов, городов, предприятий являются отдельные источники выбросов, поэтому в первую очередь развитие методов оценки и анализа экологического риска следует производить для отдельных источников и, прежде всего, с целью предупреждения значительных рисков – для прогнозной оценки вновь строящихся или реконструируемых предприятий (Menshikov et al., 2003), а для действующих предприятий – по данным измерений.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для одиночного точечного источника математическая модель включает:

– исходные данные (результаты подфакельных измерений, характеристики загрязняющих веществ (ЗВ), санитарно-защитной и жилой зон, проектные параметры источника и характеристики внешней среды для наихудших условий);

– прогнозные зависимости концентраций ЗВ от проектных параметров источника и характеристик внешней среды для источника с круглым и прямоугольным устьем, с горячими и холодными выбросами, предельно малыми опасными скоростями ветра, так, например, для горячих выбросов:

$$C_j = \frac{AM_j F_j m n \eta}{H^2 \sqrt{\frac{\pi D^2}{4} w_o (T_c - T_e)}} r(u) S_1(x) S_2(x, y) + C_{\phi j} + \Delta C_j, \quad (1)$$

где: m , n – коэффициенты, учитывающие условия выхода ГВС из устья источника выброса и зависящие от w_o, D, H, T_c, T_e (ОНД – 86); $r(u)$ – безразмерный коэффициент, учитывающий влияние величины скорости u ветра и зависящий также от w_o, D, H, T_c, T_e (ОНД – 86); $S_1(x)$ – безразмерный коэффициент, зависящий от расстояния x вдоль оси факела от основания источника до рассматриваемой точки, в которой производится оценка риска, и зависящий также от w_o, D, H, T_c, T_e , а для низких источников ($H < 10$ м) имеет дополнительную особенность зависимости от высоты источника (ОНД – 86); $S_2(x, y)$ – безразмерный коэффициент, учитывающий

влияние боковой координаты y рассматриваемой точки по перпендикуляру к оси факела, а также зависящий от координаты x и скорости ветра u (ОНД – 86);

– зависимости по определению поправок в измеренные концентрации за счет отличия наихудших условий от условий измерений.

При горячих выбросах, записав уравнение (1) для наихудших условий и для условий измерения (нижний индекс «к») и вычтя из первого второе, получим следующую величину поправки к измеренным концентрациям для одиночного точечного источника с круглым устьем, учитывающую различие указанных выше условий:

$$\Delta C_{jk} = C_j - C_{jk} = \frac{AM_j F_j m_1 \eta}{H^2 \sqrt[3]{\frac{\pi D^2}{4} w_0 (T_c - T_0)}} r(u) S_1(x) S_2(x, y) - \frac{A_k M_{kj} F_{kj} m_k n_k \eta_k}{H^2 \sqrt[3]{\frac{\pi D_k^2}{4} w_{ок} (T_{ок} - T_0)}} r_k(u) S_{1k}(x) S_{2k}(x, y). \quad (2)$$

Все эти величины для наихудших условий определяются в соответствии с ОНД-86.

Тогда для k -го измерения можно получить приведенное значение измеренной концентрации:

$$C_{jk}^{np} = C_{jk} + \Delta C_{jk}, \quad (3)$$

где C_{jk} – данные по подфакельным замерам концентраций ЗВ; $k = \overline{1, m_1}$ – число подфакельных измерений концентраций.

В результате получим значения приведенных к одним наихудшим условиям концентраций C_{jk}^{np} ; $j = \overline{1, n_2}$; $k = \overline{1, m_1}$ (n_2 – число ЗВ с измеренными концентрациями, m_1 – число подфакельных измерений концентраций).

При большом числе $m_1 \geq 100$ измерений концентраций всех ЗВ оценка экологических рисков α и α_j может быть получена как статистическая оценка вероятности по частоте неблагоприятного исхода (превышение ПДК_{мр}) (Venttsel, 1998, Dunin-Borkovskiy, 1955):

$$\alpha = \frac{m_1^*}{m_1}, \quad (4)$$

где m_1^* – число превышений в m_1 опытах хотя бы одной из всех ЗВ приведенной к наихудшим условиям концентрацией своей ПДК_{мр};

$$\alpha_j = \frac{m_{1j}}{m_1}, \quad (5)$$

где m_{1j} – число превышений в m_1 опытах приведенной к наихудшим условиям концентрации j -го ЗВ своей ПДК_{мр}.

При сравнительно малом числе измерений или при измерении концентраций не всех ЗВ величина α оценивается как многомерный интеграл вероятности, представленный в виде:

$$\alpha = 1 - \int_{-\infty}^{ПДК_1} \int_{-\infty}^{ПДК_2} \dots \int_{-\infty}^{ПДК_{n_1}} f(x_1, \dots, x_{n_1}) dx_1, \dots, dx_{n_1}. \quad (6)$$

Базируясь на предельных теоремах теории вероятностей, при оценке риска α считалось, что плотность распределения $f(x_1, \dots, x_{n_1})$ подчиняется многомерному нормальному закону, который, как известно, характеризуется тремя величинами (числовыми характеристиками): C_j^* математическое ожидание концентрации j -го ЗВ, σ_j – среднеквадратическое отклонение концентрации j -го ЗВ, r_{jk} – коэффициент корреляции между j -ой и p -ой концентрациями ЗВ. Аналогично плотность $f_j(C_j)$ будет характеризоваться только величинами C_j^* и σ_j .

Для ЗВ с измеренными концентрациями они получаются на основании статистической обработки приведенных концентраций по формулам (3, 5):

– математические ожидания:

$$C_j^* = \frac{\sum_{k=1}^{m_1} C_{jk}^{np}}{m_1}; \quad (7)$$

– среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{m_1} (C_{jk}^{np} - C_j^*)^2}{m_1 - 1}}; \quad (8)$$

– корреляционные моменты K_{jp} и коэффициенты корреляции r_{jp} между j -м и p -м ЗВ:

$$K_{jp} = \frac{\sum_{k=1}^{m_1} (C_{jk}^{np} - C_j^*)(C_{pk}^{np} - C_p^*)}{(m_1 - 1)}, \quad (9)$$

$$r_{jp} = \frac{K_{jp}}{\sigma_j \sigma_p}.$$

Тогда подинтегральная функция в риске (6) примет вид [3]:

$$f(C_1, \dots, C_{n_1}) = \frac{\sqrt{|F|}}{(2\pi)^{n_1}} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} F_{ij} (C_i - C_i^*)(C_j - C_j^*) \right], \quad (10)$$

где $|F|$ – определитель матрицы F , $F = \|F_{ij}\|$ – матрица обратная корреляционной матрице K , т.е. если корреляционная матрица:

$$K = \|K_{ij}\|, \quad (11)$$

то

$$F_{ij} = (-1)^{i+j} \frac{M_{ij}}{|K|}, \quad (12)$$

где $|K|$ – определитель корреляционной матрицы, а M_{ij} – минор этого определителя, получаемый из него вычеркиванием i -ой строки и j -го столбца. Заметим, что:

$$|F| = \frac{1}{|K|}. \quad (13)$$

Трудность здесь состоит в том, что интеграл (6), определяющий искомый риск, на современных числовых машинах можно вычислить с использованием стандартных программ только при размерности n_1 (числе загрязняющих веществ) не большей 6-8. Поэтому (Pereverzev et al., 2002, Volkov et al., 1974) было предложено при больших размерностях n_1 использовать приближенную формулу:

$$\alpha = 1 - F_{n_1}(h_1, h_2, \dots, h_{n_1}) = 1 - \left\{ \prod_{i=1}^{n_1} F(h_i) + \frac{1}{\pi N} \cdot \sum_{i \neq j} \sum_i \arcsin r_{ij} \left[F(\min h_i) \cdot \prod_{i=1}^{n_1} F(h_i) \right] \right\} \quad (14)$$

$$h_i = \frac{\text{ПДК}_{\text{мр } i} - C_i^*}{\sigma_i}, \quad i = \overline{1, n_1}, \quad (15)$$

где $N = n_1(n_1 - 1)$; $F_{n_1}(h_1, \dots, h_{n_1})$ – n_1 -мерная нормальная функция распределения вероятности, входящая в (6);

$F(h_i)$ – одномерная нормальная функция распределения (одномерный интеграл вероятности (Venttsel, 1998)).

Для вычислений по приведенным формулам необходимо только однократное интегрирование. Можно также использовать табличное задание интеграла $F(h_i)$ (Venttsel, 1998) или использовать интегральную функцию распределения, представленную в виде ряда:

$$F(h_i) = 1 - Z(h_i)(b_1 t_i + b_2 t_i^2 + \dots + b_5 t_i^5), \quad (16)$$

$$Z(h_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} h_i\right),$$

где
$$t = \frac{1}{1+p} h_i, \quad p = 0,2316419; \quad b_1 = -1,821253978; \quad (17)$$

$$b_2 = 0,356563782; \quad b_3 = 1,781477937; \quad b_4 = -1,821253978;$$

$$b_5 = 1,330274429.$$

По определению величины $I - F(h_i)$ равны составляющим экологического риска для человека от загрязнения атмосферы отдельными веществами α_i .

Таким образом, получив числовые характеристики (7) – (9) для загрязняющих веществ со всеми измеренными концентрациями или дополнив их характеристиками (7) – (9) для ЗВ с отсутствием измерений, по (14), (15) найдем искомым экологический риск α .

При одновременном присутствии в атмосфере нескольких или всех загрязняющих веществ, обладающих суммацией вредного действия (OND – 86), для каждой группы указанных веществ однонаправленного действия приведенная концентрация рассматривается как линейная функция остальных, входящих в группу концентраций (Venttsel, 1998). Тогда числовые характеристики плотности распределения можно получить по формулам:

– математические ожидания:

$$C_{kj}^* = \sum_{j=1}^{n_1} a_{jk} C_j^*, \quad (18)$$

где k – новый номер множества концентраций ЗВ, включающего комплексные, обладающие эффектом суммации действия, и простые загрязняющие вещества (если они есть), $k = \overline{1, n_c}$;

C_j^* – математическое ожидание j -ой концентрации простого загрязняющего вещества, (для прогнозных концентраций) или (18) (для измеряемых концентраций);

a_{jk} – коэффициенты, определяемые по правилам:

$a_{jk} = 1$, если приведение концентраций в группе ЗВ, обладающих эффектом суммации действия, производится к фиксированному ЗВ с концентрацией C_j или группа состоит из одного вещества с концентрацией C_j , не входящей ни в одну группу суммации воздействия;

$$a_{jk_1} = \frac{ПДК_{мрк}}{ПДК_{мрj}} \text{ – если } j\text{-е загрязняющее вещество входит в группу суммации}$$

воздействия, имеющей приведенную концентрацию C_k и к нему производится приведение других концентраций из рассматриваемой группы;

$a_{jk} = 0$ – если j -е загрязняющее вещество не входит в группу суммации, имеющей приведенную концентрацию C_j ;

– среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_1} (\sigma_j \sigma_f) + 2 \sum_{j < f} r_{jf} a_{jk} a_{fk} \sigma_j \sigma_f}, \quad (19)$$

где σ_j – среднеквадратическое отклонение j -го ЗВ, полученное по формуле (19) для прогнозных концентраций или (8) для измеряемых концентраций;

r_{jf} – коэффициент корреляции между j -ой и f -ой концентрациями загрязняющих веществ, полученные по формулам (20), (21) для прогнозных концентраций или (9) для измеряемых концентраций;

– корреляционные моменты K_{kf} и коэффициенты корреляции r_{kf} :

$$K_{kf} = \sum_{j=1}^{n_1} a_{jk} a_{jf} \sigma_j^2 + \sum_{j < f} (a_{jk} a_{jl} + a_{fk} a_{fl}) r_{jf} \sigma_j \sigma_f, \quad (20)$$

$$r_{kf} = \frac{K_{kf}}{\sigma \cdot \sigma_o}. \quad (21)$$

Приведенные выше исходные данные и математические зависимости составляют математическую модель задачи, включающую следующие встречающиеся на практике варианты:

а) для случая, в котором измерения производятся в заданной точке местности по концентрациям всех ЗВ:

1) приведение измеренных концентраций j -х выбрасываемых источником загрязняющих веществ к наихудшим условиям, для которых определены ПДК_{мрj} – зависимости, включающие источники с круглым и прямоугольным устьем; горячие, холодные выбросы и предельно малые опасные скорости ветра; измерения производились для опасных и неопасных (измеренных) направлений скорости ветра; технологические режимы работы в условиях измерений наихудшие и отличные от них;

2) определение числовых характеристик плотности случайного распределения приведенных концентраций – зависимости (18) – (21);

3) определение составляющих экологического риска от j -х α_i и от всех α ЗВ:

– при большом числе измерений ($m \geq 100$) – зависимости (4), (5);

– при малом числе измерений – зависимости (6), (10) – (17);

б) измерения производятся в заданной точке местности не по всем концентрациям загрязняющих веществ.

В предыдущем п. а): пункт 1) сохраняется;

– в пункте 2) дополнительно вводится определение числовых характеристик плотности случайного распределения концентраций для загрязняющих веществ, по которым не производились измерения концентраций – зависимости (10) – (16), включая прогнозные корреляционные связи между измеренными и не измеренными концентрациями;

в п. 3) используется только вариант для малого числа измерений – зависимости (6), (10) – (17), при этом при большом числе измерений величины $1 - F_j(h_i) = \alpha_j$ для ЗВ с измеренными концентрациями определяются по зависимостям (5) (Polischuk, et al., 2007).

Таким образом, для одиночного точечного источника математическая модель включает:

– исходные данные (результаты подфакельных измерений, характеристики ЗВ, санитарно-защитной и жилой зон, проектные параметры источника и характеристики внешней среды для наихудших условий);

– прогнозные зависимости концентраций ЗВ от проектных параметров источника и характеристик внешней среды для источника с круглым и

прямоугольным устьем, с горячими и холодными выбросами, предельно малыми опасными скоростями ветра;

– зависимости по определению поправок в измеренные концентрации за счет отличия наихудших условий от условий измерений;

– зависимости по определению приведенных к наихудшим условиям измеренных концентраций и их статистической обработке с целью получения:

а) числовых характеристик плотности распределения системы концентрации выбрасываемых ЗВ (математических ожиданий, среднеквадратических отклонений и коэффициентов корреляции);

б) экологического риска α , определяемого при сравнительно малом числе испытаний как многомерный интеграл вероятности от плотности распределения концентраций с полученными числовыми характеристиками, а при большом числе испытаний – по частоте превышения приведенными измеренными концентрациями своих ПДК_{мрj};

в) экологических рисков α_j от загрязнения атмосферы отдельными j -ми ЗВ;

г) зависимости по прогнозируемому определению числовых характеристик плотности распределения не измеряемых (второстепенных) концентраций, выбрасываемых ЗВ с целью учета их при определении рисков α и α_j .

ВЫВОДЫ

Показано, что в соответствии с действующими нормативными требованиями необходимо рассматривать риск появления негативного влияния загрязнения атмосферного воздуха для человека, уровень которого определяется с использованием значений максимально разовых предельно допустимых концентраций (ПДК_{мр}) загрязняющих веществ.

Определены опытные стохастические закономерности распространения загрязнений в атмосфере. Изучены случайные изменения концентраций. Теоретически и экспериментально обоснованы принципы разработки математической модели оценки фактического экологического риска от точечных источников выбросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Menshikov, V. V., Shvyryayev A. A., 2003. Опасные химические процессы и технологические риски [Hazardous chemical processes and technological risks]. MGU (in Russian).

OND-86. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий. [Method of calculating the concentrations in the air of harmful substances contained in industrial emissions]. Gidrometeoizdat, Leningrad (in Russian).

Venttsel, E. S., 1998. Теория вероятностей [probability Theory] (in Russian).

Dunin-Borkovskiy, I. V., 1955. Теория вероятностей и математическая статистика в технике [Probability theory and mathematical statistics in engineering] (in Russian).

Polischuk, S. Z., Poltoratskaya, V. N., Falko, V. V., 2007. Разработка математической модели оценки экологического риска по данным измерений приземных концентраций загрязняющих веществ в атмосфере [Development of mathematical model for environmental risk assessment based on measurements of surface concentrations of air pollutants]. Системнi технологiяi. 5(52), 112–120 (in Russian).

Pereverzev, E. Alpatov, A., Daniev, Yu., Novak P. 2002. Надійзност технiческiх систем: [monografiya] / E. Pereverzev, – Dnepropetrovsk: Porogi, [Reliability of Technical Systems] (in Russian).

Volkov, E. B., Sudakov, R. S., Sveritsyyn, T. A., 1974. Основы теории надежности ракетных двигателей [Fundamentals of reliability theory of rocket engines]. Mashinostroyeniye (in Russian).

Стаття надійшла в редакцію: 24.09.2014

Рекомендує до друку: канд. біол. наук, стар. наук. співр. О. К. Балалєв