

---

# МАТЕМАТИКА ТА ЕКОЛОГІЯ

---

УДК 519.6+630.187

С. В. Чернышенко

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИНФОРМАТИКИ В БИОГЕОЦЕНОЛОГИИ: ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПРИНЦИПЫ И УПРАВЛЕНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

С. В. Чернышенко

*Дніпропетровський національний університет*

### ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ІНФОРМАТИКИ У БІОГЕОЦЕНОЛОГІЇ: ЕКСТРЕМАЛЬНІ ПРИНЦИПИ І УПРАВЛІННЯ ЕКОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Розглядаються проблеми використання екстремальних принципів у біогеоценології. Наведено класифікацію основних підходів, розглянуто використання внутрішніх екстремальних властивостей екологічних систем, а також питання оптимізації їх параметрів з боку людини. Як приклад використання методів оптимізації наведено рішення однієї з оптимізаційних еколого-економічних задач про рекультивацию лісового ландшафту. Наведені результати комп'ютерних розрахунків.

*Ключові слова: біогеоценоз, екстремальні властивості, рекультивация, оптимальне керування, математична модель.*

S. V. Chernyshenko

*Dnipropetrovsk National University*

### INFORMATION METHODS IN BIOGEOCOENOLOGY: EXTREME PRINCIPLE AND OPTIMAL CONTROL OF ECOLOGICAL SYSTEMS

Problems of extreme principle usage in biogeocoenology are considered. Classification of main approaches is proposed, use both of internal extreme properties of ecosystems and methods of optimization of ecosystems' parameters under human control are considered. As an example of the approach application a solution of the ecological-economical recultivation problem is represented. Results of computer simulation of the process are demonstrated.

*Keywords: biogeocoenose, extreme properties, recultivation, optimal control, mathematical model.*

#### *Постановка проблемы и ее актуальность*

В настоящей статье будут рассмотрены вопросы использования в биogeоценологии методов математической теории оптимизации. В качестве основного приложения будет рассмотрена задача об оптимизации расходов на рекультивацию лесных биogeоценозов.

Статья завершает серию статей, посвященную анализу общих подходов к использованию методов информатики при решении биogeоценологических проблем. Первая статья (Чернышенко, 1999) была посвящена вопросам хранения и обработки данных экологических наблюдений, вторая – информационным основам биоиндикации (Чернышенко, 2002). Последовательность изложения отражала естественный порядок организации биogeоценологического исследования – от сбора, хранения и первичной обработки экологических данных мы перешли к рассмотрению процесса выбора наиболее значимых показателей и построения простейших статистических моделей.

Изучение и развитие методов использования экстремальных принципов в экологии является, безусловно, актуальной задачей как в теоретическом, так и в практическом плане. С одной стороны, оптимизационный подход позволяет глубже понять процессы, которые имеют место в природных экосистемах, а с другой – более эффективно планировать мероприятия в области рационального использования и защиты окружающей среды, такие, например, как лесная рекультивация.

#### *Обзор состояния проблемы*

Математические (или кибернетические) термины «оптимальность» и «экстремальность» нашли в экологии широкое применение. Любопытно отметить, что если в матема-

© Чернышенко С. В., 2004

тике они являются, по сути, синонимами (и в дальнейшем мы в основном будем следовать этой интерпретации), то в некоторых других науках, в частности в экологии, они приобрели эмоционально различающиеся оттенки (оптимальность – позитивный, экстремальность – негативный). Хотя, как правило, интуитивное понимание этих терминов не создает особых проблем, значительное логическое разнообразие случаев их использования привело к необходимости проведения специальных аналитических исследований этих случаев (Голубец, 1994; Новосельцев, 1978; Розен, 1969) и др.

Проблемы, связанные с применением в прикладных исследованиях термина «оптимальность», близки к случаю с использованием термина «информация» (Чернышенко, 1995). Такая схожесть объясняется, вероятно, аналогичностью мест, занимаемых этими терминами в ряду гносеологических категорий. Научная терминология включает как конкретные понятия (вероятно, достаточно тесно соотносящиеся с реальным миром), так и более абстрактные, отражающие не только объективную реальность, но и, в большой степени, особенности человеческого мышления. «Информация» и «оптимальность» – примеры таких «антропоцентричных» понятий. Они абсолютно конкретны, если речь идет об описании познавательных процессов, и чрезвычайно абстрактны, если переносятся на сам объект познания.

Успехи математики в формализации понятия оптимальности вдохновили Леонарда Эйлера (XVIII век) на следующее высказывание: *«Так как здание всего мира совершено ..., то в мире не происходит ничего, в чем не был бы виден смысл какого-либо максимума или минимума»* (цит. по монографии В. Н. Новосельцева (1978)). Развитие науки в следующие два века, казалось, подтверждало его точку зрения. Теория оптимального управления, объединившая оптимизационный подход с теорией систем и позволившая достичь значительных успехов в разработке кибернетических устройств, открыла принципиально новые перспективы для описания биологических объектов. С кибернетикой связывались значительные надежды на ускоренное развитие теории биологических систем (Шеннон, 1963; Эшби, 1956). Имеется целый ряд работ, в которых последовательно проводится аналогия между живым организмом и кибернетическим устройством (Гродинз, 1966; Милсум, 1968). В то же время сложность биологических объектов и их явное отличие от технических систем управления, на изучение которых была в первую очередь ориентирована кибернетика, способствовали появлению и достаточно пессимистических взглядов. Так, один из родоначальников советской математической биологии А. А. Ляпунов (1970) писал, что *«понятие оптимальности к живой природе во многих случаях попросту неприменимо»*.

Общая схема оптимизационного подхода в самом широком смысле может быть очерчена следующим образом. Некий субъект может «выбрать» один из нескольких (или бесчисленного множества) вариантов. Каждому из этих вариантов в конечном итоге можно дать числовую оценку, которую называют «качеством» (математики говорят о «критерии оптимальности», «критерии качества», «целевой функции» или «целевом функционале»). «Цель» объекта – выбрать «оптимальный» вариант, которому соответствует максимальное качество.

Рассмотрим различные интерпретации термина «оптимальность» или «экстремальность» в экологии. Разобьем их на две группы – когда в качестве субъекта процесса оптимизации выступает сам биологический объект и когда таковым является человек.

## **I. ВНУТРЕННИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

Приложение термина оптимальности к неинтеллектуальным объектам наталкивается на определенные семантические трудности, однако история науки свидетельствует в пользу целесообразности такого подхода. Начнем с наименее абстрактного понимания оптимальности, когда этот термин прилагается к поведению отдельной особи.

### **I. 1. Оптимальное поведение особей**

Экосистема может рассматриваться как совокупность особей, каждая из которых имеет свою цель (или, точнее, цели). В данном контексте понятие «цель» близко к своему словарному определению, хотя и страдает некоторым антропоморфизмом. Строго

говоря, этот термин приложим лишь к интеллектуальным системам, но его допустимо приложить и к живым организмам, у которых имеются зачатки соответствующих свойств. В общебиологическом плане цель особи складывается из нескольких (выжить, принести потомство и т. п.), так что дать количественную оценку «качеству» того или иного образа поведения особи не так просто. В конкретном исследовании упор может быть сделан на ту или иную конкретную цель. С точки зрения математики задача моделирования экологической системы, рассматриваемой как множество взаимодействующих индивидуумов, сводится к использованию теории игр (Конфликт сложных ..., 1995; Петросян, Захаров, 1986), многоагентных систем (*Gilbert, Troitzsch*, 1999) или специальных бифуркационных методов (Чернышенко, 1995).

## **I. 2. Оптимальные свойства живых организмов**

Вопрос об оптимальности свойств живых организмов стоит перед наукой практически с момента ее возникновения и волновал уже Аристотеля. Очередной виток интереса к проблеме связан с бурным развитием естествознания, последовавшим за работами К. Линнея, что в конечном итоге привело к созданию теорий, объясняющих «совершенство» (еще один синоним оптимальности) форм жизни – вначале системы Ламарка, а затем и теории естественного отбора. Формализация «принципов оптимальности» жизненных форм относится уже к двадцатому веку (*Rashevsky*, 1973; Розен, 1969), хотя строгость этого формализма многими исследователями ставится под сомнение (Новосельцев, 1978).

Современная синтетическая теория эволюции очень хорошо объясняет причины оптимальности жизненных форм (Горбань, Хлебопрос, 1988; Левченко и др., 1988). Хотя, действительно, их совершенствование идет мелкими шажками (что может обеспечить достижение лишь локального экстремума) и, в силу изменчивости среды, процесс никогда не завершается (так что в лучшем случае можно говорить о достижении окрестности экстремума), все же с точки зрения математики, безусловно, можно говорить об экстремальном характере процесса эволюции. Например, один из авторов знаменитого «гиперцикла» П. Шустер называет раздел одной из своих статей – «Эволюция как оптимизационный процесс» (*Perspectives of biological ...*, 1991). Кроме реально наблюдающейся оптимальности форм живых организмов это хорошо подтверждается и результатами математического моделирования (Методы анализа ..., 1983).

Интересно, что принцип естественного отбора Ч. Дарвина находит все новые области применения. Так, нобелевский лауреат М. Эйген показал его применимость для объяснения добиологической эволюции (Эйген, 1973). Кроме того, механизмы естественного отбора (изменчивость + отбор) положены в основу ряда математических методов поиска экстремума (в частности, известного метода группового учета аргументов А. Г. Ивахненко (1975)). Даже наблюдающиеся значения мировых физических констант связывают с эффектами отбора. Исходя из так называемого антропоцентрического принципа имеет место «отбор» вселенных: все вселенные со значениями мировых констант, при которых не могла бы возникнуть разумная жизнь, исключаются из-за отсутствия наблюдателя.

## **I. 3. Экстремальные принципы динамики экосистем**

Для надорганизменных систем понятие «цель» приобретает абстрактный характер, и аналогия с человеческими целями становится весьма относительной. В то же время экстремальность, по-видимому, присуща природе на самых разных уровнях организации, что дает пищу для различных телеологических гипотез. Так, классическая физика построена фактически на экстремальных принципах, таких как принцип Лагранжа, второе начало термодинамики и т. д. Не обсуждая философских аспектов этого факта (см., например, (Разумовский, 1975), отметим, что сходные принципы могут быть сформулированы и для экологических макросистем. Содержательный анализ таких попыток проведен в книге Ю. М. Свирежева, Д. О. Логофета (1978). Первая и одна из наиболее удачных формулировок энергетического экстремального принципа для биологических объектов («четвертого начала термодинамики») принадлежит одному из родоначальников математической экологии А. Лотке (*Lotka*, 1922). Затем она была уточнена Г. Одумом в 1971 г., а ее математическое обоснование приведено в книге Ю. М. Свирежева, Д. О. Логофета

(1978). Экстремальные (или вариационные) энтропийные принципы, в частности принцип Онсагера–Пригожина–Глейнсдорфа, критически рассмотрены в монографии Н. Н. Моисеева (1990).

Некоторые соображения относительно обоснованности этого подхода применительно к биогеоценозам (БГЦ) высказаны С. В. Чернышенко в статье «О математическом моделировании динамической структуры биогеоценозов» (1997). В конечном итоге «цель» БГЦ является результатом суперпозиции «целей» отдельных организмов (с учетом влияния абиотических компонентов БГЦ), а основным фактором, интегрирующим разнонаправленные цели составляющих БГЦ популяций, является конкуренция и сингенетические эффекты. Вклад трофических отношений в формирование экстремальной энергетики не столь очевиден.

Поскольку экстремальность поведения отдельных особей является в конечном итоге результатом естественного отбора, отбор на уровне видов является основным фактором, определяющим экстремальность поведения БГЦ в целом. В то же время элементы отбора имеют место и на надорганизменном уровне, определяя во многом оптимальную структуру реальных БГЦ.

#### **I. 4. Экстремальные свойства надорганизменных систем**

Поскольку оптимальность (точнее, относительная оптимальность) на уровне организма является прямым результатом естественного отбора, вопрос об экстремальности свойств надорганизменных систем непосредственно связан с вопросом о применимости принципов отбора к таким системам. Для биогеоценологии вопрос является весьма актуальным. Если для классических взглядов (Основы лесной ..., 1964; Дылис, 1973; Сукачев, 1928) было характерно большое внимание к вопросам коэволюции и коадаптации различных видов (само понятие биогеоценоза во многом предполагает его цельность и внутреннюю сбалансированность), то многие современные ученые принижают роль коэволюционных процессов (Richardson, 1977; Миркин, Розенберг, 1983). Иногда говорят о двух конкурирующих концепциях БГЦ – идее суперорганизма Ф. Клементса и индивидуалистической доктрине Л. Г. Раменского и Г. Глисона (Лежневичус, 1986). Судя по программам международных экологических конгрессов, в которых проблемы сингенеза и формирования сообществ в результате биологических взаимодействий традиционно занимают важное место (Развитие экологических ..., 1991), классический подход остается более применимым.

Не вдаваясь в обсуждение деталей (некоторые соображения приведены С. В. Чернышенко в статье «О математическом моделировании динамической структуры биогеоценозов» (1997), отметим, что в экологии имеется большое число эмпирических законов, таких как принцип Гаузе (Бродский, 1999), принцип максимального разнообразия Маргалефа (Margalef, 1968), принцип плотной упаковки Мак-Артура (MacArthur, 1970) и многие другие, которые постулируют экстремальные свойства экологических систем в состояниях, близких к равновесному. В той или иной степени эти законы подтверждаются и при анализе математических моделей экологических систем (Мэйнард Смит, 1974; Свиричев, Логофет, 1978; Maurer, 1999; Экстремальные принципы ..., 1978).

Оптимальность свойств биогеоценоза ярко проявляется в его способности к гомеостазу (Шмальгаузен, 1968). Известно, что устойчивость БГЦ определяется механизмами, зависящими от плотности популяций (Уатт, 1971; Уильямсон, 1968), и зависит от видовой структуры БГЦ. Видовое разнообразие, трофическая структура и другие макроэкологические характеристики не являются случайными, закономерно изменяются в ходе эволюции и носят экстремальный характер (Одум, 1975; Семевский, Семенов, 1982). Имеется немало данных и об экстремальных свойствах фитоценозов (Садуллоев, 1990).

## **II. ОПТИМИЗАЦИЯ БИОГЕОЦЕНОЗОВ ЧЕЛОВЕКОМ**

В отличие от предыдущего случая цель (критерий оптимальности) заведомо не имеет объективного характера и выбирается человеком, принимающим решение в области природопользования. Для процесса оптимизации может быть применен термин «управление» (или «оптимальное управление»). Мы избегали этого при рассмотрении внутренних экстремальных свойств экосистем, так как управление, очевидно, предполагает наличие активного субъекта, его реализующего. Важно отметить, что кроме построения

количественных методов оптимизационный подход обеспечивает базу для глубокого логического анализа эколого-экономических систем (Эндрэс, 1995).

### **II. 1. Оптимизация природной среды**

Термин «оптимизация» вышел далеко за рамки научной лексики и применяется для определения любого позитивного характера вмешательства человека в природную среду. Например, в статье С. Генсирука (1994) говорится об оптимизации лесистости Украины в смысле восстановления лесного покрова на низкопродуктивных землях и неудобьях. В монографии «Refugees, Environment and Development» (Black, 1998) говорится об оптимальном реагировании общества на экономические и природные катаклизмы и т. п.

Широкое распространение получил термин «оптимизация ландшафта» (Ван Рийн, 1981), под которым понимается такое размещение на некоторой территории сельскохозяйственных угодий и природных БПЦ, при котором обеспечивается сохранение последних и, одновременно, максимальное, дешевое и долгосрочное производство сельхозпродукции (Миркин и др., 1989). Задача далека от оптимизационной в математическом понимании: названы четыре разноплановых критерия, каждый из которых далек от формализации; не оговорены ограничения и т. д.

Содержательный анализ подобных постановок проведен в статье (Голубець, 1994), в которой справедливо отмечается, что «за сучасної доби формалізації і комп'ютеризації слід підвищити вимогливість науковців щодо використання термінів» Автор предлагает целый ряд терминов, близких к оптимизации, но более точных по смыслу: рационализация, гармонизация, окультуривание и др. С этой точкой зрения нельзя не согласиться. Гораздо точнее говорить о «рациональном природопользовании» (Арманд, 1983), чем об «оптимальном природопользовании».

### **II. 2. Эколого-экономический подход**

Одним из популярных направлений в математической экологии является эколого-экономическое моделирование. Оптимальность понимается, как правило, в смысле максимизации некоторых макроэкономических показателей при выполнении ряда ограничений на степень нарушения природной среды. Описание базируется либо на классических моделях макро- и микроэкономики, либо на глобальных моделях типа Д. Форрестера (1978). Акценты могут делаться на использовании теоретического философско-системного подхода (Тимченко и др., 1999), серьезных математических методов (Ляшенко, 1999) или имитационных моделей экологической составляющей системы (Горстко, Угольницкий, 1990). Как правило, рассматриваются лишь глобальные экологические параметры, отражающие не биологические особенности рассматриваемых систем, а их природоохранную значимость.

Позволяя оценить последствия тех или иных экономических (а иногда и политических) решений, исследование оптимальных свойств эколого-экономических систем представляет несомненный интерес. Имеются примеры успешного применения в этой области комплексных математических моделей (Гусев, 1981). Однако этот раздел науки тяготеет скорее к экономике (или, при исследовании «мировых моделей», к глобалистике) и вряд ли целесообразно рассматривать его в качестве составной части экологии.

### **II. 3. Оптимальное управление экологическими системами**

Классическая теория управления (Беллман, 1960; Красовский, 1968) применяется в математической экологии преимущественно к моделям, описывающим динамику одного или нескольких видов (Ляшенко, Мукоєд, 2002). Одним из первых, кто применил новую методику, был создатель теории динамического программирования Р. Беллман (1987). Пожалуй, наибольший вклад в развитие подхода внесли советские математики (Заславский, Полуэктов, 1988; Динамическая теория ..., 1974; Свирежев, Елизаров, 1972). Элементы теории управления стали частью теоретической экологии и используются для иллюстрации экологических принципов в большинстве современных руководств (Бигон и др., 1989; Одум, 1975).

Как и «эскизные» (Налимов, 1971) модели, положенные в их основу, оптимизационные постановки этого типа могут дать некоторые качественные ориентиры и не претендуют на количественное решение реальных задач. Однако даже при использовании простей-

ших моделей методы теории управления дают возможность получить неочевидные и полезные практические рекомендации (Свирижев, Елизаров, 1972).

«Целью» управления обычно является перевод системы из одного состояния в другое либо с минимальными затратами, либо за минимальное время. В статье С. В. Чернышенко (1998) были предложены типичные постановки экологических задач управления. Ниже они будут применены к изучению проблем рациональной рекультивации земель.

Классическая теория управления применима для решения такой практически важной задачи, как идентификация параметров динамических моделей (Льюнг, 1991; Эйкхофф, 1975). В таком качестве она применяется и в математической биологии. Логически она стоит особняком среди других оптимизационных проблем, но по используемому математическому аппарату является одной из задач оптимального управления. Целью оптимизации в этом случае является приближение решения модели к реально наблюдаемой картине, а в качестве управляющих факторов выступают параметры модели.

#### **II. 4. Синтетические методы управления БГЦ**

К синтетическим методам отнесем подходы, сочетающие глубокий биологический анализ с использованием нетривиального математического аппарата. Как правило, это сочетание является результатом решения практических задач управления реальными природными БГЦ (Исаченко, 1980). Чрезвычайно интересной является коллективная монография (Экологические системы ..., 1981), суммирующая опыт североамериканских и советских ученых по управлению крупномасштабными экологическими проектами. Книга содержит философский и математический анализ проблемы и приложения методики к конкретным проектам. В коллективной монографии (Жизнеспособность популяций ..., 1989) рассматриваются вопросы управления популяциями с целью сохранения редких видов.

В монографиях ряда ученых (Уатт, 1971; Беляев, 1973; Йоргенсен, 1985) на конкретных примерах продемонстрированы возможности применения к БГЦ кибернетических принципов автоматического регулирования и управления. Глубокой математической проработкой вопроса отличаются работы «Модели управления природными ресурсами» (1981), Ю. М. Свирижева «Управление и оптимизация в экологических системах» (1979). В последней монографии серьезный математический аппарат применен к таким задачам, как управление динамикой таежного БГЦ и степного растительного сообщества.

За реальными оптимизационными проектами этого типа стоит труд коллективов ученых и значительный административный ресурс. Имеющийся положительный опыт является важным аргументом в пользу практической важности методов математической экологии. Однако развитие этого подхода невозможно без параллельного развития своих составных частей – методологии оптимизации, эколого-экономических подходов и методов оптимального управления. Также не следует забывать, что оптимизационная задача имеет смысл лишь при адекватности используемой модели реальному процессу (причем именно в контексте поставленной задачи оптимизации), что предполагает развитие методологии построения моделей – как имитационных, так и эскизных.

Рассмотрим некоторые методологические проблемы оптимизации процесса рекультивации лесных биогеоценозов.

#### **Принципиальная постановка задачи оптимального управления процессом рекультивации лесных биогеоценозов в Украине**

В качестве примера использования оптимизационных методов рассмотрим оптимизационную модель процесса лесной рекультивации.

Важнейшими проблемами, стоящими перед биогеоценологами Украины, являются проблемы рекреации, возобновления и рекультивации естественных биогеоценозов, а также создания устойчивых и долговечных искусственных биогеоценозов. Особую остроту научный подход к организации рекультивационных работ приобретает при воссоздании азональных биогеоценозов, как это имеет место в степном лесоведении (Бельгард, Травлеев, 1973; Травлеев, 1987), которое абсолютно необходимо в таких регионах Украины, как Западный Донбасс, угольные бассейны Александрии, Кривбасса и т. д. Экологическое состояние этих областей можно интерпретировать как катастрофическое.

С формально-логической точки зрения в процессе рекультивации естественно выделять два вида мероприятий: непосредственно связанных с увеличением биомассы БГЦ (лесопосадочные работы, интродукция новых особей) и способствующих улучшению лесорастительных условий (мелиоративные работы и лесокультурные мероприятия).

Поскольку процесс рекультивации является, по сути, эколого-экономическим процессом, его модель должна отражать как характеристики БГЦ (Ван Рийн, 1981), так и экономические затраты на проведение рекультивации.

Для описания процесса рекультивации используем, как и в работе С. В. Чернышенко (2003), простейшую модель – модель экспоненциального роста. Хотя, естественно, она дает лишь схематичное описание динамики БГЦ, все же интегральный учет динамики системы может существенно дополнить традиционные методы, базирующиеся на статической оценке текущего состояния БГЦ или биотопа. Модель имеет вид

$$\dot{x} = (u(t) - a(t)) \times x + v(t) \quad (1)$$

и рассматривается на промежутке времени  $[0, T]$ . Дополним ее начальным условием:

$$x(0) = x_0. \quad (2)$$

Основная характеристика БГЦ  $x(t)$  в данной модели представляет собой некоторую количественную характеристику его состояния в ходе рекультивации. Например, это может быть величина биомассы или количество достигших зрелости древесных растений на единицу площади.

В качестве управляющих воздействий рассмотрим функции  $v(t)$  – интенсивность внедрения новых особей (в первую очередь в ходе лесопосадок) и  $u(t)$  – интенсивность работ по улучшению лесорастительных условий (мелиорация и/или лесокультурные мероприятия).

Функция  $a(t)$  описывает тенденцию развития искусственного БГЦ при отсутствии рекультивационной деятельности. Зависимость  $a$  от  $t$  может описывать, например, сезонные изменения лесорастительных условий. Характеристики функции  $a(t)$  математически отражают особенности лесорастительных условий и могут строиться на основе использования типологии А. Л. Бельгарда (1950).

Основным требованием к динамике системы является достижение к моменту времени  $T$  некоторого заданного уровня:

$$x(T) = x_T. \quad (3)$$

Для оценки затрат воспользуемся квадратичным функционалом с весовыми коэффициентами  $\alpha_u$  и  $\alpha_v$ , применение которого обосновывается в статье С. В. Чернышенко (2003):

$$I_3[u, v] = \int_0^T (\alpha_u u^2(t) + \alpha_v v^2(t)) dt. \quad (4)$$

Будем рассматривать задачу  $A$  в классификации С. В. Чернышенко (1998), т. е. требуется достичь заданного уровня (3) рекультивации при минимальных затратах  $I[u, v]$ .

#### Исследование задачи управления для нелинейной модели

Проведем исследование задачи (1)–(4), которая является существенно нелинейной. Применим два подхода – решение задачи как квазилинейной (Чернышенко, 1980) и метод пошаговой линеаризации (Чернышенко В. М., Чернышенко С. В., 1986). В обоих случаях принимались следующие значения параметров модели:

$$a(t) \equiv 0; x_0 = 1; x_T = 10; \alpha_u = 1; \alpha_v = 1, t_0 = 0; T = 5. \quad (5)$$

Таким образом, ставится задача десятикратно увеличить биомассу БГЦ, при этом затраты на два вида работ считаются близкими.

В случае рассмотрения модели как квазилинейной задаемся некоторым приближением к решению задачи  $x_i(t)$  и заменяем в задаче (1)–(4) уравнение (1) линейным:

$$dx/dt = x_i(t)u(t) + v(t). \quad (6)$$

Решение полученной линейной задачи берем в качестве следующего приближения  $x_{i+1}(t)$ . Очевидно, что функции  $u(t)$ ,  $v(t)$ , соответствующие предельному значению  $x(t)$  (когда оно существует), являются допустимыми управлениями, но могут считаться близкими к оптимальным лишь при малой нелинейности (Чернышенко, 1980), что для данной модели несправедливо.

На основе метода моментов для квадратичного функционала (4) можем получить качественный вид, который должны иметь управления

$$v(t) = c_1; \quad u(t) = c_1 \times x_i(t). \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получим уравнение для определения предельного значения  $x(t)$ :

$$dx/dt = c_1(x^2 + 1),$$

решение которого имеет вид

$$x(t) = \operatorname{tg}(c_1 \times t + c_0).$$

Константы определяем подстановкой этого соотношения в (2), (3):

$$c_1 = \frac{1}{T-t_0} (\operatorname{arctg} x_T - \operatorname{arctg} x_0); \quad c_0 = \frac{1}{T-t_0} (T \times \operatorname{arctg} x_0 - t_0 \times \operatorname{arctg} x_T). \quad (8)$$

Подстановкой (9) в (7) и (8) получаем решение квазилинейной задачи.

В основу метода пошаговой линеаризации положена линейная аппроксимация правой части уравнения (1) по формуле Тейлора:

$$dx/dt = u_i(t)x + x_i(t)u(t) + v(t) - x_i(t)u_i(t). \quad (9)$$

Введем обозначения:

$$U(t) = \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau, \quad E(t) = e^{-U(t)}. \quad (10)$$

Аналогично (6) метод моментов позволяет определить вид управлений:

$$v(t) = c \times E(t); \quad u(t) = c \times E(t) \times x_i(t). \quad (11)$$

Соотношения (9)–(11) позволяют получить систему дифференциальных уравнений для определения  $x(t)$ ,  $U(t)$ :

$$\begin{cases} dx/dt = ce^{-U(t)}(x^2 + 1), & x(t_0) = x_0, \\ dU/dt = ce^{-U(t)}x, & U(t_0) = 0. \end{cases}$$

Константа  $c$  должна быть определена из условия (3). Это можно сделать численно, начиная с  $c = 0$  и увеличивая его до тех пор, пока  $x(T)$  не превысит  $x_T$ .

Определив  $x(t)$  и  $U(t)$ , предельные значения управлений для метода пошаговой линеаризации находим из (11). Как показано в работе В. М. Чернышенко и С. В. Чернышенко (1986), нельзя гарантировать оптимальность полученных управлений, но для выпуклого функционала (4) они, по крайней мере, удовлетворяют необходимому условию оптимальности.

Таким образом, как при решении квазилинейной задачи, так и при использовании метода пошаговой линеаризации удалось избежать применения итерационных методов поиска предельных значений управлений и фазовой координаты. Для их нахождения получены достаточно простые соотношения.

Результаты численных расчетов для задач с параметрами (5) приведены на рис. 1–3. Цифрой 1 помечено решение задачи методом параметрической оптимизации, цифрой 2 – решение квазилинейной задачи, цифрой 3 – решение методом пошаговой линеаризации. Качество управления может быть легко оценено по значению целевого функционала (4). Для первого метода он равен 0,427913, для второго – 0,470749, для третьего – 0,420495.



Таким образом, как и следовало ожидать, метод последовательной линеаризации дает наилучшие результаты. Интересно, что проведенный анализ на основе решения линейных задач оказался настолько удачным, что значение критерия оптимальности оказалось лишь незначительно хуже, чем для метода пошаговой линеаризации. Как видно из рис. 1 и 2, эти два метода дают качественно схожие рекомендации по проведению рекультивационных работ, и динамика биомассы на рис. 3 для них очень близка.

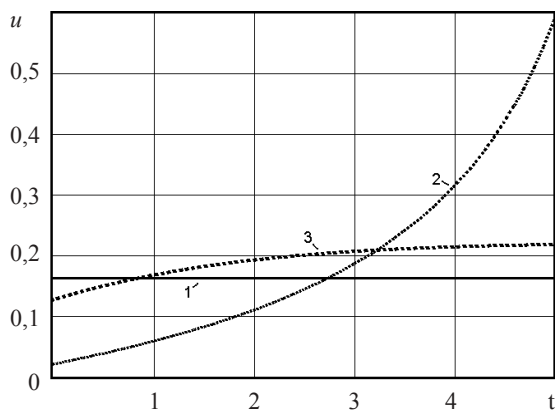


Рис 1. Оптимальная интенсивность лесоустроительных работ для различных методов решения задачи управления

Несколько худшие результаты дает метод решения квазилинейной задачи. Это связано с неудачным выбором вида (6) квазилинейного уравнения. Правая часть этого уравнения однозначно определяет динамику (7) рекультивационных работ, которая может оказаться не очень удачной. Так, форма (6) диктует выбор оптимальных лесопосадок, постоянных

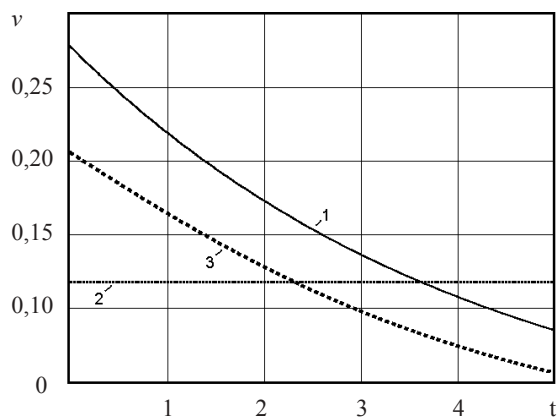


Рис 2. Оптимальная интенсивность лесопосадочных работ для различных методов решения задачи управления

во времени, в то время как лучшие результаты может дать большая вначале и снижающаяся в ходе работ интенсивность лесопосадок. Решение квазилинейной задачи может дать хороший результат лишь при небольшой линейности и правильном ее вычленении при записи квазилинейной задачи.

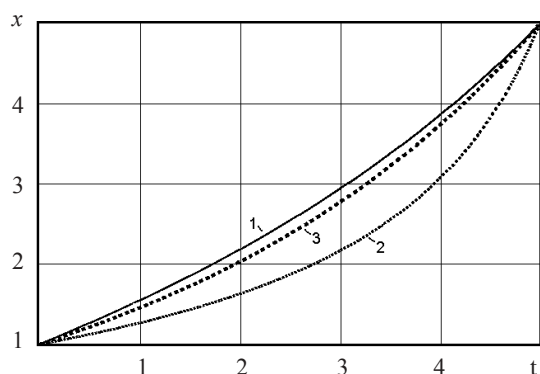


Рис 3. Динамика биомассы БГЦ для различных методов решения задачи управления

\* \* \*

#### *Выводы и перспективы дальнейших исследований*

В целом нелинейный анализ модели рекультивации (5) подтверждает выводы, сделанные на основе линейных моделей. При проведении рекультивационных работ основные усилия на лесопосадку должны приходиться на их начало. Лесокультурные мероприятия должны распределяться во времени относительно равномерно. Как показывает рис. 1, при учете нелинейности, в отличие от линейного случая, можно рекомендовать постепенное наращивание усилий на проведение такого рода работ в начале рекультивации, а затем поддерживать мероприятия на достигнутом уровне.

Дальнейшие исследования предполагают использование более точных моделей рекультивации и более широкого круга оптимизационных методов. В частности, вместо модели неограниченного роста планируется использование логистической модели и модели развития во враждебной среде, которые, в частности, отражают внутренние экстремальные свойства биогеоценозов стремиться к фиксированным равновесным состояниям.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Арманд Д. Л. Географическая среда и рациональное использование природных ресурсов. — М.: Наука, 1983. — 228 с.
- Беллман Р. Динамическое программирование. — М.: Мир, 1960. — 218 с.
- Беллман Р. Математические методы в медицине. — М.: Мир, 1987. — 200 с.
- Бельгард А. Л. Лесная растительность юго-востока УССР. — К.: КГУ, 1950. — 264 с.
- Бельгард А. Л., Травлев А. П. О процессах адаптации и сylvатизации искусственных лесных биогеоценозов к условиям степной среды // Проблемы лесного почвоведения. — М.: Наука, 1973. — С. 5-15.
- Беляев В. И. Управление природной средой. — К.: Наук. думка, 1973. — 128 с.
- Бигон М., Харпер Дж., Таунсенд К. Экология. Особи, популяции и сообщества. — М.: Мир, 1989. — Т. 1. — 668 с.
- Бродский А. К. Краткий курс общей экологии. — С.-Пб: ДЕАН, 1999. — 224 с.
- Ван Рийн М. О некоторых теоретических и методических аспектах проблемы окружающей среды // Экономическая и внеэкономическая оценка воздействия человека на окружающую среду. — М.: Наука, 1981. — С. 80-83.
- Генсірук С. Оптимізація лісистості України // Ойкумена. — 1994. — № 1-2. — С. 128-133.
- Голубець М. А. Поняття «оптимізації» в екології // Ойкумена. — 1994. — № 1-2. — С. 153-159.
- Горбань А. Н., Хлебопрос Р. Г. Демон Дарвина. Идея оптимальности и естественный отбор. — М.: Наука, 1988. — 208 с.
- Горстко А. Б., Угольницкий Г. А. Введение в моделирование эколого-экономических систем. — Ростов: РГУ, 1990. — 110 с.
- Гродинз Ф. Теория регулирования и биологические системы. — М.: Мир, 1966. — 256 с.

- Гусев А. А. К вопросу об экономической оценке ущерба от загрязнения окружающей среды // Экономическая и внеэкономическая оценка воздействия человека на окружающую среду. – М.: Наука, 1981. – С. 77-80.
- Динамическая теория биологических популяций / Под ред. Р. А. Полуэктова. – М.: Наука, 1974. – 456 с.
- Дылис Н. В. Основы биогеоценологии. – М.: МГУ, 1973. – 152 с.
- Жизнеспособность популяций. Природоохранные аспекты / Под ред. М. Сулея. – М.: Мир, 1989. – 224 с.
- Заславский Б. Г., Полуэктов Р. А. Управление экологическими системами. – М.: Наука, 1988. – 296 с.
- Ивахненко А. Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. – К.: Техника, 1975. – 354 с.
- Иоргенсен С. Э. Управление озерными экосистемами. – М.: Гидрометеиздат, 1985. – 238 с.
- Исаченко А. Г. Оптимизация природной среды. – М.: Мысль, 1980. – 258 с.
- Конфликт сложных систем. Модели и управление / Под ред. А. А. Пунтуса. – М.: Изд-во МАИ, 1995. – 120 с.
- Красовский Н. Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
- Левченко В. Ф., Меншуткин В. В., Цендина М. Л. Моделирование макроэволюционного процесса на ЭВМ // Математическое моделирование сложных биологических систем. – М.: Наука, 1988. – С. 64-80.
- Лежачий Э. Информационный статус экосистемы // Экологический прогноз. – М.: МГУ, 1986. – С. 157-163.
- Льюнг Л. Идентификация систем. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
- Ляпунов А. А. О рассмотрении биологии с позиций изучения живой природы как большой системы // Проблемы методологии системного исследования. – М.: Мысль, 1970. – С. 25-37.
- Ляшенко І. М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. – К.: Вища шк., 1999. – 236 с.
- Ляшенко І. М., Мукоєд А. П. Моделювання біологічних та екологічних процесів. – К.: КНУ, 2002. – 340 с.
- Методы анализа и синтеза биологических систем управления / Под ред. Ю. Г. Антомонова. – К.: Вища шк., 1983. – 272 с.
- Милсум Дж. Анализ биологических систем управления. – М.: Наука, 1968. – 246 с.
- Миркин Б. М., Розенберг Г. С. Толковый словарь современной фитоценологии. – М.: Наука, 1983. – 134 с.
- Миркин Б. М., Розенберг Г. С., Наумова Л. Г. Словарь понятий и терминов современной фитоценологии. – М.: Наука, 1989. – 224 с.
- Модели управления природными ресурсами / Под ред. В. И. Гурмана. – М.: Наука, 1981. – 264 с.
- Моисеев Н. Н. Человек и ноосфера. – М.: Молодая гвардия, 1990. – 352 с.
- Мэйнард Смит Дж. Модели в экологии. – М.: Мир, 1974. – 148 с.
- Налимов В. В. Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 216 с.
- Новосельцев В. Н. Теория управления и биосистемы. – М.: Наука, 1978. – 320 с.
- Одум Ю. Основы экологии. – М.: Мир, 1975. – 740 с.
- Основы лесной биогеоценологии / Под ред. В. Н. Сукачева, Н. В. Дылиса. – М.: Наука, 1964. – 576 с.
- Петросян Л. А., Захаров В. В. Введение в математическую экологию. – Ленинград: ЛГУ, 1986. – 222 с.
- Развитие экологических перспектив на XXI век / В. Н. Большаков, Ю. Ю. Дгебуадзе, Д. А. Криволицкий, Б. Р. Стриганова // Экология. – 1991. – № 2. – С. 91-95.
- Разумовский О. С. Современный детерминизм и экстремальные принципы в физике. – М.: Наука, 1975. – 282 с.
- Розен Р. Принцип оптимальности в биологии. – М.: Мир, 1969. – 212 с.
- Садуллоев Р. И. Моделирование адаптационных свойств фитоценозов с использованием вариационных принципов // Математическое моделирование популяций растений и фитоценозов. – М.: АН СССР, 1990. – С. 83-85.
- Свирижев Ю. М. Управление и оптимизация в экологических системах // Вопросы кибернетики. – М.: Наука, 1979. – Т. 52. – С. 27-51.
- Свирижев Ю. М., Елизаров Е. Я. Математическое моделирование биологических систем // Проблемы космической биологии. – М.: Наука, 1972. – Вып. 20. – 159 с.
- Свирижев Ю. М., Логофет Д. О. Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.

- Семевский Ф. Н., Семенов С. М. Математическое моделирование экологических процессов. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1982. – 280 с.
- Сукачев В. Н. Растительные сообщества (введение в фитоценологию). – М., Ленинград: 1928. – 218 с.
- Тимченко И. Е., Игумнова Е. М., Прималенный А. А. Управление эколого-экономическими системами. – Севастополь: Гидрофизика, 1999. – 180 с.
- Травлеев А. П. Состояние и перспективы исследований лесных биогеоценозов на землях, нарушенных промышленностью // Охрана и рациональное использование защитных лесов степной зоны. – Д.: ДГУ, 1987. – С. 4-11.
- Уатт К. Экология и управление природными ресурсами. – М.: Мир, 1971. – 464 с.
- Уильямсон М. Анализ биологических популяций. – М.: Мир, 1968. – 412 с.
- Форрестер Д. Мировая динамика. – М.: Наука, 1978. – 160 с.
- Чернышенко С. В. Принципові математичні моделі оптимального природокористування // Питання степового лісознавства та лісової рекультивациі земель. – Д.: ДДУ, 1998. – С. 78-82.
- Чернышенко В. М., Чернышенко С. В. Необходимые условия оптимальности в методе пошаговой линеаризации при управлении нелинейными системами // Методы решения нелинейных задач и обработка данных. – Д.: ДГУ, 1986. – С. 86-92.
- Чернышенко С. В. Задачи оптимального управления процессами лесной рекультивации нарушенных земель // Экологія та ноосферологія. – 2003. – Т. 13, № 1-2. – С. 136-150.
- Чернышенко С. В. Методы информатики в биогеоценологии: информационные основы биоиндикации // Экологія та ноосферологія. – 2002. – Т. 12, № 3-4. – С. 105-122.
- Чернышенко С. В. О математическом моделировании динамической структуры биогеоценозов // Экологія та ноосферологія. – 1997. – Т. 3, № 1-2. – С. 65-86.
- Чернышенко С. В. Оптимальное управление численностью популяций при ограниченных ресурсах // Актуальные проблемы ЭВМ и программирования. – Д.: ДГУ, 1980. – С. 132-136.
- Чернышенко С. В. Термин «информация» и математическое описание информационных процессов в экологических системах // Экологія та ноосферологія. – 1995. – Т. 1, № 1-2. – С. 137-150.
- Чернышенко С. В. К вопросу о применении методов информатики в биогеоценологии: принципы хранения и обработки данных // Экологія та ноосферологія. – 1999. – Т. 7, № 3. – С. 23-30.
- Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М. Изд-во иностр. лит., 1963. – 634 с.
- Шмальгаузен И. И. Кибернетические вопросы биологии. – Новосибирск: Наука, 1968. – 222 с.
- Эйген М. Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул. – М.: Мир, 1973. – 342 с.
- Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 282 с.
- Экологические системы. Адаптивная оценка и управление / Под ред. К. С. Холинга. – М.: Мир, 1981. – 400 с.
- Экстремальные принципы в биологии и физиологии / М. А. Ханин, Н. Л. Дорфман, Н. Б. Бухаров, В. Г. Левадный. – М.: Наука, 1978. – 256 с.
- Эндрэс А. Экономика окружающей среды. – К.: Либідь, 1995. – 167 с.
- Эшби У. Р. Введение в кибернетику. – М.: Изд-во иностр. лит., 1956. – 216 с.
- Black R. Refugees, Environment and Development. – L.: Longman, 1998. – 316 p.
- Gilbert N., Troitzsch K. G. Simulation for the social scientist. – Buckingham, Philadelphia: Open University Press, 1999. – 274 p.
- Lotka A. G. Contribution to the energetics of evolution. Natural selection as a physical principle // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. – 1922. – Vol. 8, № 6. – P. 147-154.
- MacArthur R. H. Species packing and competitive equilibrium for many species // Theoretical Population Biology. – 1970. – Vol. 1, № 1. – P. 1-11.
- Margalef R. Perspectives in Ecological Theory. – Chicago: University of Chicago Press, 1968. – 112 p.
- Maurer B. A. Untangling ecological complexity. – Chicago & London: University of Chicago Press, 1999. – 251 p.
- Perspectives of biological complexity / Eds. O. T. Solbrig, G. Nicolis. – Paris: International Union of Biological Science, 1991. – 286 p.
- Rashevsky N. The principle of adequate design // Foundations of mathematical biology. – N.-Y.: Academic Press, 1973. – Vol. 3. – P. 173-175.
- Richardson J. L. Dimensions of Ecology. – Baltimore: Willams and Wilkins, 1977. – 412 p.

*Надійшла до редколегії 19.02.04*